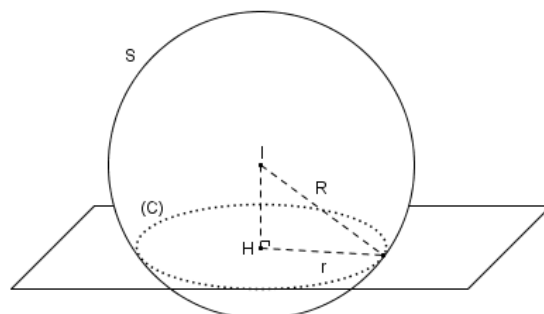


**EXERCICE N 1:**

L'espace étant muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . Soit les points  $A(3,2,6)$  ;  $B(1,2,4)$  et  $C(4,-2,5)$ .

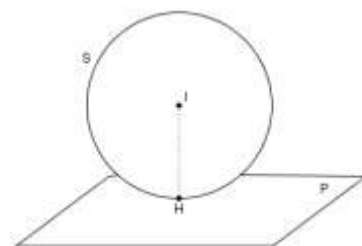
- 1) a) Calculer les composantes du vecteur  $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ .  
 b) En déduire que les points A , B et C déterminent un plan qu'on notera P.  
 c) Montrer qu'une équation du plan P est  $2x+y-2z+4=0$ .
- 2) a) Vérifier que les points O, A, B et C ne sont pas coplanaires.  
 b) Calculer le volume du tétraèdre OABC, puis sa hauteur issue de O.
- 3) Soit (S) l'ensemble des points  $M(x,y,z)$  de l'espace tels que :  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z = 6$   
 a) Montrer que (S) est une sphère dont on précisera le centre I et le rayon R.  
 b) Montrer que le plan P coupe la sphère (S) suivant un cercle (C) dont on précisera le centre H et le rayon r.



**EXERCICE N 2:**

L'espace étant muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . Soit les point  $A(1,0,1)$  et  $I(2,1,1)$ .

- 1) Ecrire une équation cartésienne de la sphère S de centre I et passant par A.
- 2) Soit le plan P :  $x+z-1=0$ . Montrer que P est tangent à la sphère S, puis déterminer les coordonnées du point de contact.
- 3) Déterminer une équation cartésienne du plan Q tangent à la sphère S au point A.
- 4) Ecrire une équation cartésienne de la sphère S' de centre O et tangent au plan Q.



**EXERCICE N 3:**

L'espace étant muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

On donne les points  $A(-2,2,1)$  ,  $B(-2,1,2)$ ,  $C(-1,1,1)$  et  $\Omega(-1,2,2)$ .

- 1) a) Montrer que  $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$   
 b) En déduire que les points A, B et C déterminent un plan (qu'on notera P).
- 2) Montrer alors qu'une équation du plan P est  $x + y + z - 1 = 0$
- 3) a) Montrer que les points A, B, C et  $\Omega$  ne sont pas coplanaires.  
 b) Calculer le volume V du tétraèdre  $\Omega ABC$ , puis calculer sa hauteur issue de  $\Omega$ .
- 4) Montrer que le point  $\Omega$  appartient à l'axe du cercle C circonscrit au triangle ABC.
- 5) Soit S la sphère de centre  $\Omega(-1,2,2)$  et de rayon  $R=\sqrt{2}$ .  
 a) Ecrire une équation cartésienne de S.  
 b) Montrer que la sphère S coupe le plan P suivant le cercle C.  
 c) Déterminer les coordonnées du centre H et le rayon r du cercle C.

#### EXERCICE N4 : (BAC 2012)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . On donne les points  $A(2, 1, 1)$  ;  $B(1, 1, 0)$  et  $C(1, 0, 1)$ .

- 1) a) Montrer que les points A, B et C déterminent un plan que l'on notera P.  
b) Vérifier que  $x - y - z = 0$  est une équation cartésienne du plan P.
- 2) Soit le point  $D(2, 0, 0)$ 
  - a) Montrer que les points A, B, C et D ne sont pas coplanaires.
  - b) Calculer le volume  $\vartheta$  du tétraèdre ABCD.
- 3) Soit  $I(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ . On désigne par (S) la sphère de centre I et passant par D.
  - a) Montrer que la sphère (S) passe par les points A et B.
  - b) En déduire que le plan P coupe la sphère (S) suivant un cercle (C).
  - c) Justifier que (C) est circonscrit au triangle ABC.
- 4) Soit  $\Delta$  la droite passant par I et perpendiculaire au plan P.
  - a) Donner un système d'équations paramétriques de la droite  $\Delta$ .
  - b) Déterminer les coordonnées du point  $\Omega$  centre du cercle (C).
  - c) Soit  $D'$  le symétrique de D par rapport à  $\Omega$ .  
Montrer que le volume  $\vartheta'$  du tétraèdre  $D'ABC$  est égal à  $\vartheta$ .

#### EXERCICE N5 : (BAC 2014)

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère les points  $A(2, 0, 1)$ ,  $B(0, 2, 1)$  et  $C(1, 2, 0)$ .

- 1) a) Déterminer les composantes du vecteur  $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$   
b) Déduire que les points A, B et C déterminent un plan P dont une équation cartésienne est :  
 $x + y + z - 3 = 0$
- 2) Soit la sphère S d'équation  $x^2 + y^2 + z^2 = 5$ .
  - a) Vérifier que les points A, B et C sont des points de la sphère S.
  - b) Déduire alors l'intersection de la sphère S avec le plan P.
- 3) Soit le point D de coordonnée  $(\sqrt{\frac{5}{3}}, \sqrt{\frac{5}{3}}, \sqrt{\frac{5}{3}})$

On désigne par Q le plan passant par D et parallèle au plan P.

- a) Déterminer une équation cartésienne du plan Q.
- b) Montrer que Q est tangent à la sphère S au point D.
- 4) Soit  $M(x, y, z)$  un point de l'espace n'appartenant pas à P.
  - a) Calculer  $(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{AM}$
  - b) Montrer que le volume V du tétraèdre MABC est égal à  $\frac{|x+y+z-3|}{3}$
  - c) En déduire que pour tout point M du plan Q ;  $V = \sqrt{\frac{5}{3}} - 1$

