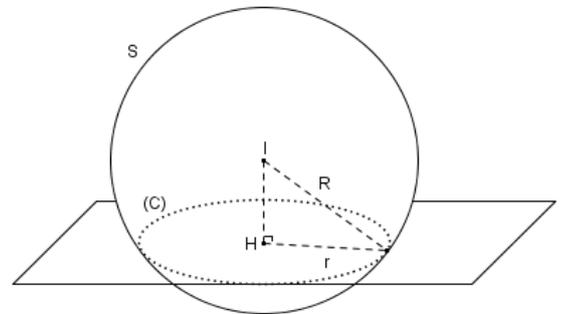


EXERCICE N 1:

L'espace étant muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Soit les points $A(3,2,6)$; $B(1,2,4)$ et $C(4,-2,5)$.

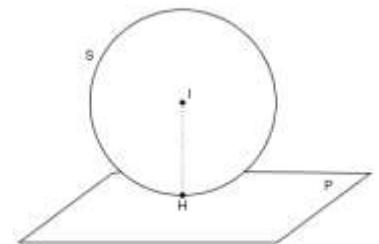
- 1) a) Calculer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.
 b) En déduire que les points A , B et C déterminent un plan qu'on notera P.
 c) Montrer qu'une équation du plan P est $2x+y-2z+4=0$.
- 2) a) Vérifier que les points O, A, B et C ne sont pas coplanaires.
 b) Calculer le volume du tétraèdre OABC, puis sa hauteur issue de O.
- 3) Soit (S) l'ensemble des points $M(x,y,z)$ de l'espace tels que : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z = 6$
 a) Montrer que (S) est une sphère dont on précisera le centre I et le rayon R.
 b) Montrer que le plan P coupe la sphère (S) suivant un cercle (C) dont on précisera le centre H et le rayon r.



EXERCICE N 2:

L'espace étant muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Soit les point $A(1,0,1)$ et $I(2,1,1)$.

- 1) Ecrire une équation cartésienne de la sphère S de centre I et passant par A.
- 2) Soit le plan P : $x+z-1=0$. Montrer que P est tangent à la sphère S, puis déterminer les coordonnées du point de contact.
- 3) Déterminer une équation cartésienne du plan Q tangent à la sphère S au point A.
- 4) Ecrire une équation cartésienne de la sphère S' de centre O et tangent au plan Q.



EXERCICE N 3:

L'espace étant muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On donne les points $A(-2,2,1)$, $B(-2,1,2)$, $C(-1,1,1)$ et $\Omega(-1,2,2)$.

- 1) a) Montrer que $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$
 b) En déduire que les points A, B et C déterminent un plan (qu'on notera P).
- 2) Montrer alors qu'une équation du plan P est $x + y + z - 1 = 0$
- 3) a) Montrer que les points A, B, C et Ω ne sont pas coplanaires.
 b) Calculer le volume V du tétraèdre ΩABC , puis calculer sa hauteur issue de Ω .
- 4) Montrer que le point Ω appartient à l'axe du cercle C circonscrit au triangle ABC.
- 5) Soit S la sphère de centre $\Omega(-1,2,2)$ et de rayon $R=\sqrt{2}$.
 a) Ecrire une équation cartésienne de S.
 b) Montrer que la sphère S coupe le plan P suivant le cercle C.
 c) Déterminer les coordonnées du centre H et le rayon r du cercle C.



EXERCICE N4 : (BAC 2012)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On donne les points $A(2, 1, 1)$; $B(1, 1, 0)$ et $C(1, 0, 1)$.

- 1) a) Montrer que les points A, B et C déterminent un plan que l'on notera P.
b) Vérifier que $x - y - z = 0$ est une équation cartésienne du plan P.
- 2) Soit le point $D(2, 0, 0)$
 - a) Montrer que les points A, B, C et D ne sont pas coplanaires.
 - b) Calculer le volume ϑ du tétraèdre ABCD.
- 3) Soit $I(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$. On désigne par (S) la sphère de centre I et passant par D.
 - a) Montrer que la sphère (S) passe par les points A et B.
 - b) En déduire que le plan P coupe la sphère (S) suivant un cercle (C).
 - c) Justifier que (C) est circonscrit au triangle ABC.
- 4) Soit Δ la droite passant par I et perpendiculaire au plan P.
 - a) Donner un système d'équations paramétriques de la droite Δ .
 - b) Déterminer les coordonnées du point Ω centre du cercle (C).
 - c) Soit D' le symétrique de D par rapport à Ω .
Montrer que le volume ϑ' du tétraèdre $D'ABC$ est égal à ϑ .

EXERCICE N5 : (BAC 2014)

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points $A(2, 0, 1)$, $B(0, 2, 1)$ et $C(1, 2, 0)$.

- 1) a) Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$
b) Déduire que les points A, B et C déterminent un plan P dont une équation cartésienne est :
 $x + y + z - 3 = 0$
- 2) Soit la sphère S d'équation $x^2 + y^2 + z^2 = 5$.
 - a) Vérifier que les points A, B et C sont des points de la sphère S.
 - b) Déduire alors l'intersection de la sphère S avec le plan P.
- 3) Soit le point D de coordonnée $(\sqrt{\frac{5}{3}}, \sqrt{\frac{5}{3}}, \sqrt{\frac{5}{3}})$

On désigne par Q le plan passant par D et parallèle au plan P.

- a) Déterminer une équation cartésienne du plan Q.
- b) Montrer que Q est tangent à la sphère S au point D.
- 4) Soit $M(x, y, z)$ un point de l'espace n'appartenant pas à P.
 - a) Calculer $(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{AM}$
 - b) Montrer que le volume V du tétraèdre MABC est égal à $\frac{|x+y+z-3|}{3}$
 - c) En déduire que pour tout point M du plan Q ; $V = \sqrt{\frac{5}{3}} - 1$

